

Θεωρητική Μηχανική : Δυναμικές Ενέργειες – Συντηρητικές Δυνάμεις

Στη Θεωρητική (ή Κλασική) Μηχανική γίνεται διάκριση μεταξύ των δυνάμεων σε **επιβεβλημένες δυνάμεις** (applied forces) και σε **δεσμικές** (forces of constraint) (ή **αντιδράσεις κινηματικών περιορισμών**). Οι πρώτες είναι δυνάμεις που υπακούουν σε κάποιο νόμο (π.χ. δύναμη βαρύτητας) ενώ οι δεύτερες δεν είναι γνωστές εκ των προτέρων αλλά υπολογίζονται μετά την επίλυση του συστήματος των δ.ε. της κίνησης. Έτσι, η κάθετη αντίδραση, η τάση του σχοινιού και η στατική τριβή ανήκουν στην δεύτερη κατηγορία δυνάμεων. Αυτές οι δυνάμεις εμφανίζονται **μόνο εξαιτίας των κινηματικών περιορισμών**.

Παραδείγματα:

α) Κύλιση χωρίς ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο

Εδώ έχουμε δύο είδη κινηματικών περιορισμών:

- i) τη στατική τριβή λόγω του περιορισμού $v_{\Sigma.E.} = 0$ στο Σημείο Επαφής (Σ.Ε.)
- ii) την κάθετη αντίδραση λόγω του περιορισμού το κέντρο μάζας του κυλίνδρου να κινείται πάνω σε ευθεία.

β) Δύο σώματα δεμένα με σχοινί σε λείο οριζόντιο επίπεδο

Πέρα από τις κάθετες αντιδράσεις (από τον περιορισμό των κέντρων μάζας να κινούνται στην ίδια ευθεία) έχουμε και τις τάσεις του νήματος που προκύπτουν από τον περιορισμό : $x_1 = x_2$

γ) Το ένα σώμα πάνω στο άλλο χωρίς να ολισθαίνουν μεταξύ τους

Και εδώ, πέρα από τις κάθετες αντιδράσεις (από τον περιορισμό των κέντρων μάζας να κινούνται σε ευθείες) έχουμε τη στατική τριβή που προκύπτει από τον περιορισμό : $x_1 = x_2$

δ) Ο δισκοβόλος με το δίσκο

Όταν ο δισκοβόλος κινείται δεν είναι γνωστή εκ των προτέρων η δύναμη που ασκεί στο δίσκο. Η δύναμη αυτή είναι στατική τριβή που προκύπτει από τον περιορισμό: τα «σημεία επαφής» παλάμης – δίσκου να έχουν τις ίδιες συντεταγμένες. $\vec{r}_{\text{παλ}}(t) = \vec{r}_{\text{δισκ}}(t)$

ε) Βαρίδι σε πετονιά που εκτελεί κυκλική κίνηση ακτίνας R

Εδώ ο περιορισμός είναι $r(t) = R$, αλλά και γενικότερα αν η κίνηση δεν είναι κυκλική έχουμε κινηματικό περιορισμό αφού οι συντεταγμένες x, y, z ή (r, θ, φ) δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Η τάση της πετονιάς είναι δεσμική δύναμη.

- **Πως αντιμετωπίζει η Θεωρητική Μηχανική τις δεσμικές δυνάμεις;**

Η θεωρητική μηχανική ξεκινά με την αρχή των δυνατών έργων στα οποία τελικά εμφανίζονται **μόνο** οι επιβεβλημένες δυνάμεις και το οικοδόμημα προχωρά κατά τα γνωστά διακρίνοντας τις **επιβεβλημένες** δυνάμεις αυτές σε συντηρητικές ή μη συντηρητικές. Δηλαδή δεν τίθεται θέμα για τις δεσμικές δυνάμεις αφού αυτές δεν υπεισέρχονται στις εξισώσεις κίνησης (Lagrange).

(Πληροφοριακά, αν N το πλήθος των υλικών σημείων και κ το πλήθος των ολόνομων κινηματικών περιορισμών δηλ $f_i(q_1, q_2, \dots, q_{3N}, t) = 0, i=1, 2, \dots, \kappa$ τότε προκύπτει ένα σύστημα $3N - \kappa$ εξισώσεων Lagrange δηλαδή ίσο με τον πλήθος των ανεξάρτητων βαθμών ελευθερίας του συστήματος. Αν κάποιος επιθυμεί να υπολογίσει τις δεσμικές δυνάμεις σ' ένα πρόβλημα τότε θα έχει να επιλύσει ένα σύστημα εξισώσεων πλήθους ίσου με $3N$, εισάγοντας για κάθε κινηματικό περιορισμό και έναν πολλαπλασιαστή Lagrange. Η τελευταία μέθοδος βρίσκει επίσης εφαρμογή στην περίπτωση όπου υπάρχουν ανολόνομοι κινηματικοί περιορισμοί της μορφής: $\sum_j a_{ij} dq_j + b_i dt = 0$).

Συμπεράσματα

1. Από τη σκοπιά της Θεωρητικής Μηχανικής δεν έχει νόημα να μιλάμε για Δυναμικές Ενέργειες Δεσμικών Δυνάμεων.
2. Επανερχόμενος στο θέμα των ταλαντώσεων, δεν χρειάζεται crash-test το σύστημα για να δούμε αν η ταλάντωση είναι AAT. Όπως είχα αναφέρει παλαιότερα, **αν θέλουμε** η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης να σχετίζεται με «πραγματικές» δυναμικές ενέργειες (επιβεβλημένων συντηρητικών δυνάμεων) δεν θα πρέπει να επεξεργαζόμαστε ενεργειακά τα προβλήματα στα οποία μία εκ των συνιστωσών της δύναμης επαναφοράς είναι δεσμική δύναμη. Αν, όμως, αποδεσμεύσουμε τον όρο «δυναμική ενέργεια ταλάντωσης» από τις «πραγματικές» δυναμικές ενέργειες (των επιβεβλημένων συντηρητικών δυνάμεων) δεν θα έχουμε «ηθικά» διλήμματα.

Πηγές:

1. Helbert Goldstein, *Classical Mechanics* (2nd edition)
2. Ι.Δ. Χατζηδημητρίου, *Θεωρητική Μηχανική* (Β' τεύχος) ,

Νίκος Σταματόπουλος
nikoskalymnos@gmail.com